Prof. Dr. Alfred Toth

Zahlen und ihre Orte

1. Daß es qualitative Zahlen gibt, dürfte bereits im bekannten pythagoreischen "Alles ist Zahl" impliziert sein, das in der Mathematik gerne zur Selbstwerbung in einem natürlich rein quantitativen Sinne falsch zitiert wird. Tatsache ist, daß die Welt aus Objekten einerseits und aus Zeichen andererseits besteht und daß die Zahl semiotisch gesehen den Mittelbezug einer vollständigen triadischen Zeichenrelation darstellt und daher eine primitive Form eines Zeichens ist. Wie ferner in Toth (2015a) gezeigt wurde, kann man eine semiotische Zahlenhierarchie der Form

Zahl := (M)
↓
Anzahl:= $(M \rightarrow (M \rightarrow O))$
↓
Nummer: = $(M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

konstruieren, welches die vollständige Zeichenrelation relativ zu ihrer monadischen Mittelfunktion, ihrer dyadischen Objektfunktion und ihrer triadischen Interpretantenfunktion abbildet. Da es unmöglich ist, nicht-vorhandene Referenzobjekte zu halluzinieren, stellt also die Anzahl eine konnexreduzierte Nummer und die Zahl eine sowohl konnex- als auch referentiell reduzierte Anzahl dar, d.h. der semiotische Weg führt von der Nummer zur Zahl und nicht umgekehrt.

2. Die Peanozahlen

In der quantitativen Mathematik, d.h. der einzigen, die unter dem Namen der Mathematik allgemein bekannt ist, haben Zahlen keine Orte. Im Gegenteil gehört die Orts- und Zeitunabhängigkeit, d.h. die deiktische Neutralität, gerade zu den definitorischen Voraussetzung der Zahl. Bei den Peanozahlen gibt es nur die quantitative Größer-Kleiner-Relation, die durch Nachfolge- und Vorgängerfunktoren im Rahmen der 5 (bzw. 4) Peanoaxiome definiert ist.

P = 0, 1, 2, 3, ..., n

So ist also z.B. N(0) = 1, V(0) ist dagegen undefiniert.

3. Die Güntherzahlen

Die von Günther (1976-80) eingeführten und von Kronthaler (1986) formal definierten Güntherzahlen sind qualitative Zahlen, insofern sie "ontologische Orte" haben. Damit sind allerdings nur Subjektpositionen im Rahmen der iterierbaren Schemas der 2-wertigen aristotelischen Logik

f: $L = [0, 1] \rightarrow L = [0, 1, 2, 3 , ...]$

gemeint, darin das Objekt 0 konstant und nicht-iterierbar bleibt, weil es, wiederum genau wie in der aristotelischen Logik, ein absolutes, d.h. objektives und also kein subjektives Objekt ist, das wegen seines Subjektanteils iterierbar sein müßte (vgl. Toth 2015b). Da Günther seine Zahlen "qualitativ" nennt, bezieht sich die Qualität also ausschließlich auf die Subjektivität, d.h. in L = [0, 1, 2, 3, ...] sind alle Werte außerhalb der 0 Subjektwerte. Die Peanozahlen werden nun dreigeteilt in die von Günther so genannten Proto-, Deutero- und Tritozahlen. Bei den Protozahlen ist nur die Anzahl der verschiedenen Symbole, d.h. Zahlzeichen, relevant. Bei den Deuterozahlen ist nur die Verteilung der Symbole relevant. Bei den Tritozahlen ist nur die Position der Symbole relevant.

3.1. Abbildung von Peanozahlen auf Protozahlen

0 → 0

1 → 00

01

2 → 000

001

012

3 → 0000

0001

0012

0123, usw.

Hier – wie auch bei den Deutero- und Tritozahlen - werden also Zahlenfelder statt Zahlenlinien benutzt. Mit jedem Zahlenwert N(n) = (n+1) wächst also das Zahlenfeld quadratisch.

3.2. Abbildung von Peanozahlen auf Deuterozahlen

0 → 0

1 → 00

01

2 → 000

001

012

3 → 0000

0001

0011

0012

0123, usw.

Wie man sieht, unterscheidet sich ab der Peanozahl 3 die entsprechende Deuterozahl von der Protozahl. Der Grund ist allerdings trivial, denn die Zahl 4 hat die Partitionen

4

3 + 1

$2 + 2$

$2 + 1 + 1$

$1 + 1 + 1 + 1$,

und genau nach dem Muster der Partitionsfolge

$F = 1, 1, 2, 3, 5, 7, 11, 15, 22, \ldots$

ergeben sich die Anzahlen ontologischer Orte für Deuterozahlen.

3.2. Abbildung von Peanozahlen auf Tritozahlen

Da die Position für Tritozahlen im Gegensatz zu Proto- und Deuterozahlen allein relevant ist, gilt der von Kronthaler (1986, S. 27) eingeführte Normalformoperator. Z.B. ist

$0000 = 1111 = 2222$,

aber es ist auch z.B.

$0012 = 0021$,

d.h. die Position verschiedener Subjektwerte innerhalb einer Kontextur ist irrelevant, deshalb nämlich, weil Günthers polykontexturale Logik lediglich ein Stellenwertsystem 2-wertiger aristotelischer Logiken ist, deren Basisdichotomie $L = [0, 1]$ mit ihrem objektivem Objekt und subjektivem Subjekt nicht angetastet wird (vgl. Günther 1976, S. 131). Daß also etwa das Du-Subjekt 2 links oder rechts vom Ich-Subjekt 1 stehen kann, wird durch den für Tritozahlen gültigen Normalformoperator beseitigt. So erhält man für die ersten vier Peanozahlen

$0 \rightarrow \quad 0$

$1 \rightarrow \quad 00$

$\quad\quad 01$

2 → 000

001

010

011

012

3 → 0000

0001

0010

0011

0012

0100

0101

0102

0111

0112

0120

0121

0122

0123, usw.,

d.h. die Sterling-Zahlen 2. Art, wobei die Anzahl der Tritozahlen pro Kontextur durch deren Summen, auch bekannt als Bellzahlen, berechnet werden kann, welche also die Partitionen der Deuterozahlen ersetzen.

Ingesamt läßt sich also feststellen, daß die Proto-, Deutero- und Tritozahlen subjektdeiktische Peanozahlen sind. Deshalb sind sie aber keineswegs qualitativ, denn sie wiederholen lediglich die aristotelische und weiterhin unangefochtenen Dichotomie von objektivem Objekt und subjektivem Subjekt, zwei Kategorien, welche niemand wahrnehmen kann, denn Wahrnehmung von Objekten kann nur durch Subjekte erfolgen, also ist jedes wahrgenommene Objekt ein subjektives und kein objektives Objekt. Da auch bei der Selbstwahrnehmung eines Subjektes dieses als Objekt wahrgenommen wird, gibt es nicht nur keine objektiven Objekte, sondern auch keine subjektiven Subjekte. Stattdessen ist von den "gemischten" Kategorie der subjektiven Objekte und der objektiven Subjekte auszugehen, was jedoch eine Vermittlung der Kategorien innerhalb der aristotelischen Basisdichotomie $L = [0, 1]$, d.h. nichtleere Ränder der Form $R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset$ voraussetzte, eine notwendige Bedingung, die bei den Güntherzahlen nicht gegeben ist. Das Objekt ist bei Günther weiterhin "totes Objekt", d.h. es besitzt genauso wenig Subjektanteile wie die Subjekte Objektanteile besitzen. Von einer qualitativen Logik und Mathematik kann also keine Rede sein.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976, 1979, 1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Das Diskontinuum von Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Wie qualitativ ist die Mathematik der Qualitäten? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

26.7.2015